

**HORIZONTÁLIS TENGELYŰ KUTAK
NEMLINEÁRIS ÁRAMLÁSI FOLYAMATAINAK
MODELLEZÉSE**

DR. SZÉKELY FERENC
fszekelydsc@gmail.com

XXVII. FAVA KONFERENCIA

SIÓFOK 2021 SZEPTEMBER 28-29

A feladat meghatározása

Horizontális fúrastechnológiát vízellátás céljából vízszintes és csápos kutaknál (horizontal & radial collector wells) alkalmaznak. A szénhidrogén termelő iparban ezt a módszert a nagy mélységű vízszintes továbbá az ún. bokorfúrásoknál (multilateral wells) használják. A CH termelő fúrásokat gyakran rétegrepesztéssel is kombinálják. Csápos kutaknál és bokorfúrásoknál a sugár irányú vízszintes furatok létesítése több mélységszintben is történhet.

A nagy fúráshossz következtében a vízszintes furatok kis vastagságú rétegekben is jelentős hozamot biztosíthatnak. A hosszú nyitott furat vagy szűrőcső azonban felerősítheti a nemlineáris hidraulikai folyamatok (súrlódás, kinetikai energia vagy dinamikus nyomás illetve vízszint) szerepét. A nagy hozam egyúttal jelentős turbulens szkin vagy szűrőveszteség forrása is lehet. A fenti folyamatok modellezése sok ismeretlenes nemlineáris algebrai egyenletrendszer iteratív megoldását igényli. Ennek megvalósítására szolgál a saját fejlesztésű, fél-analitikus CW szoftver. Ez a program homogén és izotróp vagy függőlegesen anizotróp rétegben kialakuló 3D-s permanens szivárgás mellett a korábbi COLWELL szoftverhez (Székely 2010) viszonyítva további feltételek mellett biztosítja a vízszintes és csápos kutak hidraulikai modellezését.

A feladat meghatározása

A CW szoftver (Székely 2021) a következő három újabb számítási lehetőséget biztosítja.

- 1) A kör alakú vagy egyenes vonalú utánpótlódási peremeken túlmenően támogatja a meder alatti kutak modellezését korlátlan horizontális kiterjedésű vízáadó réteg esetében állandó vízszinttel jellemzett felső peremfeltétel mellett.
- 2) A szűrőzött vagy csövezetlen beáramlási szakaszokban fellépő csősúrlódást változó f súrlódási faktor mellett számítja a cső vagy nyitott furat ε érdességi együtthatója, D átmérője és a Re Reynolds szám függvényében.
- 3) Számításba veszi a szivattyú irányában növekvő, vízoszlop magasságban kifejezett h_d dinamikus nyomás vagy vízszint hatását.

A prezentációban hivatkozott módszerekhez hasonlóan a CW szoftver szakaszolt szűrővel, szakaszonként eltérő, de egyenletes beáramlással, ennek következtében a szűrő tengelye mentén lépcsőzetesen változó vízhozammal számol. A CW szoftver sikeres tesztelésére az interneten elérhető orosz (Morozov 2018), amerikai (Blumenthal 2014) és kanadai (Cyr 2007) forrásokból idézett 3 független modellvizsgálat eredményei szolgálnak. Mindhárom esetben a vízkivétel a beáramlási szakasz $x = 0$ m szelvényében történik.

A szkin hatás és a szűrőveszteség számítása

A vízszintes kutakba, csápokba történő belépés előtt a víz átáramlik a furat körüli szkin zónán és a kútszűrőn. Itt a részben lamináris részben pedig turbulens folyamatok során Δh_s mértékű kiegészítő vízszintváltozás történik, amely az alábbi képlet alapján becsülhető:

$$\Delta h_s = q \cdot (\pm\alpha + \beta \cdot q)$$

ahol

q – 1 m hosszú szakaszon beáramló fajlagos vízhozam m^2/s

$\pm\alpha$ – lamináris szkin- vagy szűrőveszteségi tényező s/m (negatív érték nagyobb szivárgási tényezővel rendelkező szkin zóna esetében lehetséges, ami rétegtisztulás vagy sikeres rétegrepesztés hatására valósulhat meg)

β – turbulens szkin- vagy szűrőveszteségi tényező s^2/m^3

A fenti képlet a fúrásfalon kialakult vékony, hártyaszerű szkin zóna (thin skin) hatásának a modellezésére alkalmas. Az α és β paraméterek értékei az 1 m hosszú szakaszon beáramló egységnyi vízhozam által kiváltott vízszintváltozásnak felelnek meg. Vastag szkin zóna esetében (Blumenthal teszt) megfelelő konverzióra van szükség. A kút kialakításától függően az α és β paraméterek értékei külön vagy együttesen is felvehetnek zérus értéket.

A csősúrlódási vízszintcsökkenés szimulációja

A szűrőcsőbe/furatba történő belépést követően u sebességű axiális vízáramlás alakul ki, amely a statikus és dinamikus vízszintekkel jellemezhető.

A D átmérőjű vízszintes kút vagy csáp Δl hosszúságú szakaszán fellépő, csősúrlódás által kiváltott Δh_f statikus vízszintcsökkenés a dimenzió nélküli f súrlódási faktor alapján határozható meg a Darcy-Weisbach képlet alkalmazásával (Munson et al. 2009 equation 8.34):

$$\Delta h_f = f \cdot (\Delta l / D) \cdot u^2 / (2 \cdot g)$$

ahol g – gravitációs gyorsulás $9,81 \text{ m/s}^2$. Az f paraméter a szűrőcső vagy nyitott furat ε érdessége, D átmérője valamint a $Re = D \cdot u / \nu$ Reynolds szám függvényében számítható, ahol ν a kinematikai viszkozitás. Blumenthal és Morozov modellvizsgálatainak alternatív CW szimulációja során a ν paraméter meghatározása a szerzők által közölt dinamikus viszkozitás és sűrűség értékek hányadosaként történt.

A csősúrlódási vízszintcsökkenés szimulációja

Az f paraméter Re függvényében a következő két módszerrel számítható.

Lamináris áramlás esetében a Hagen-Poiseuille képletet alkalmazzák (Munson et al. 2009 equation 8.19 & Figure 8.11):

$$f = 64 / Re \quad \text{ha } Re < 2000$$

Turbulens áramlás mellett Haaland (1983) nyomán (Munson et al. 2009 equation 8.35b & Figure 8.11):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.8 \log \left[\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re} \right] \quad \text{ha } Re > 4000$$

A $2000 \leq Re \leq 4000$ közötti átmeneti tartományban az f faktort a CW szoftver a Cyr (2007) által alkalmazott módszerhez hasonlóan lineáris interpolációval számítja. Morozov és Blumenthal dokumentációi az alkalmazott interpolációs módszerről nem közölnek információt.

A fenti explicit Haaland formulával kapcsolatban Genić et al. (2011) igazolták, hogy csak kis átlagos relatív hibával (0,2 %) tér el az etalonnak tekintett, hasonló szerkezetű, de implicit Colebrook összefüggéstől (Munson et al. 2009 equation 8.35a). Néhány paraméter alapján végzett saját tesztelés is ezt igazolta, ezért erre alapozva jelenleg a Haaland képlet képezi a CW szoftver csősúrlódási moduljának az alapját. Az előadásban idézett számítási példák szerzői a Colebrook képletet vagy annak változatait alkalmazták.

A dinamikus vízszint számítása

Az u áramlási sebességhez kapcsolódó h_d dinamikus vízszint az adott szelvény kinetikai energiájának a mértéke:

$$h_d = u^2 / (2 \cdot g)$$

A dinamikus vízszint a teljes kútdepresszió összetevője. Az u axiális sebességgel áramló víz a kútfalra gyakorolt h_d szívóhatás révén fokozza a vízszintes kútba vagy csápbba történő radiális beáramlást. Megjegyzendő, hogy a repülőgépek aerodinamikai felhajtóerejét is a szárny felett és alatt képződő közel függőleges, de ellenkező irányú és eltérő mértékű hasonló szívóhatások eredője generálja.

Csápos kutaknál a h_d vízoszlopnak megfelelő mozgási energia biztosítja az u sebességű vízszugárnak a központi kútaknába történő kilépését a csáp azonos statikus vízszinttel jellemzett kiáramlási szelvényéből. A hidraulikai szakirodalom ezt kilépési veszteség (exit loss) elnevezéssel említi (Munson et al. 2009 equation 8.36 & Figure 8.25).

Bokorfúrás szivattyúzásának modellezése (Morozov 2018)

Morozov a 2018. évi cikkének utolsó példájában sugárirányban fúrt négy vízszintes kút hatását modellezte saját fél-analitikus módszerével. A középpontban összekapcsolt, szimmetrikus elrendezésű vízszintes fúrások négyágú bokorfúrást képeznek. A modell paramétereit:

rétegvastagság 20 m,

a furatok mélysége 10 m, átmérője 0,15 m, hossza 500 m,

horizontális szivárgási tényező $4,81181 \cdot 10^{-5}$ m/s,

a horizontális és vertikális szivárgási tényezők λ aránya (vertikális anizotrópia) 5,

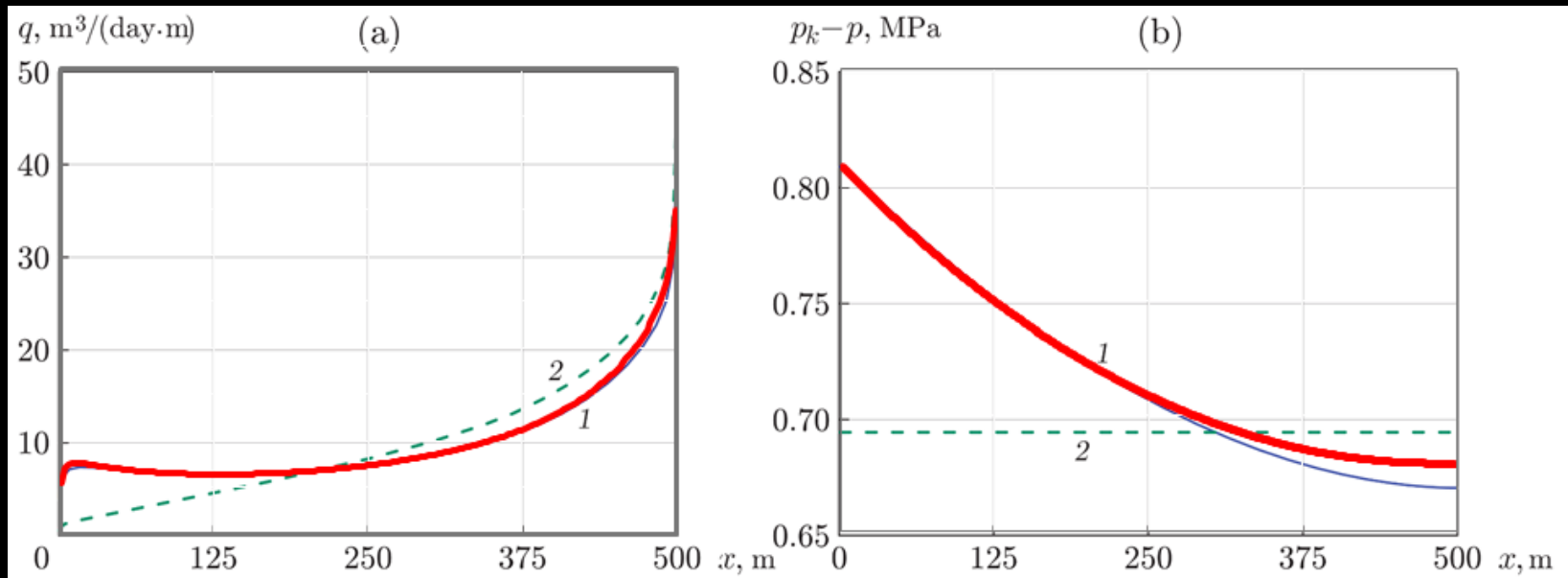
a furatok ε érdessége $4,5 \cdot 10^{-5}$ m, a ν kinematikai viszkozitás $1,02 \cdot 10^{-6}$ m²/s,

a szivattyúzott hozam 0,23148 m³/s.

Az utánpótlást a 2000 m sugarú, állandó nyomású határ biztosítja. A modellezés a szűrő és a szkin zóna, valamint a dinamikus nyomás hatását nem vette figyelembe. A fúrásfalán várható rétegdepresszió számítása a vertikális anizotrópiától függő egyenértékű horizontális fúrési sugár alapján történt. Ez utóbbit a CW szoftver Morozov módszerével összhangban a 0,075 m fúrési értéknek a $(\lambda^{0.5} + 1) / 2$ tényezővel történő beszorzásával számította. Morozov saját eredményét független módszer alkalmazásával nem erősítette meg.

Bokorfúrás szivattyúzásának modellezése (Morozov 2018)

A Morozov cikkből idézett következő ábra bal oldalán a kutak fajlagos beáramlása, jobb oldalán pedig a kútdepresszió változása látható az origótól mért távolság függvényében. A piros görbék a CW modellezés, a fekete vonalak pedig a Morozov szimuláció eredményeit jelenítik meg. Utóbbiak közül a szaggatott vonalak a lineáris, sűrűdésmentes modell, vagyis állandó kútvízszint alapján számított adatokra épülnek.



A baloldali grafikonon a piros és a fekete színű fajlagos beáramlási görbék jól illeszkednek egymáshoz. A jobboldali diagramon a 0,65 és 0,85 MPa közötti szűkített tartományban ábrázolt depresszió görbék közötti különbség a furat elején elhanyagolható. A furat végén a 0,015 MPa alatti kismértékű eltérés a teljes számított depresszióinak mindössze a 2 %-a. A CW szoftverrel hasonlóan alacsony eltéréssel sikerült modellezni a lineáris modell szaggatott vonalakkal ábrázolt adatsorait is.

Megadott depresszióval üzemelő vízszintes kút modellezése (Blumenthal 2014)

Blumenthal (2014) az általa fejlesztett fél-analitikus módszerrel modellezte egy négyzet alakú, 1 km² területű vízadó réteg középpontjában üzemelő vízszintes kút hatását. A modell paramétereit:

rétegvastagság 30 m,

a furat mélysége 15 m, átmérője 0,3 m, hossza 100 m,

izotróp szivárgási tényező 0,0001 m/s,

a furat ε érdessége 0,00015 m, a ν kinematikai viszkozitás $8,93 \cdot 10^{-7}$ m²/s,

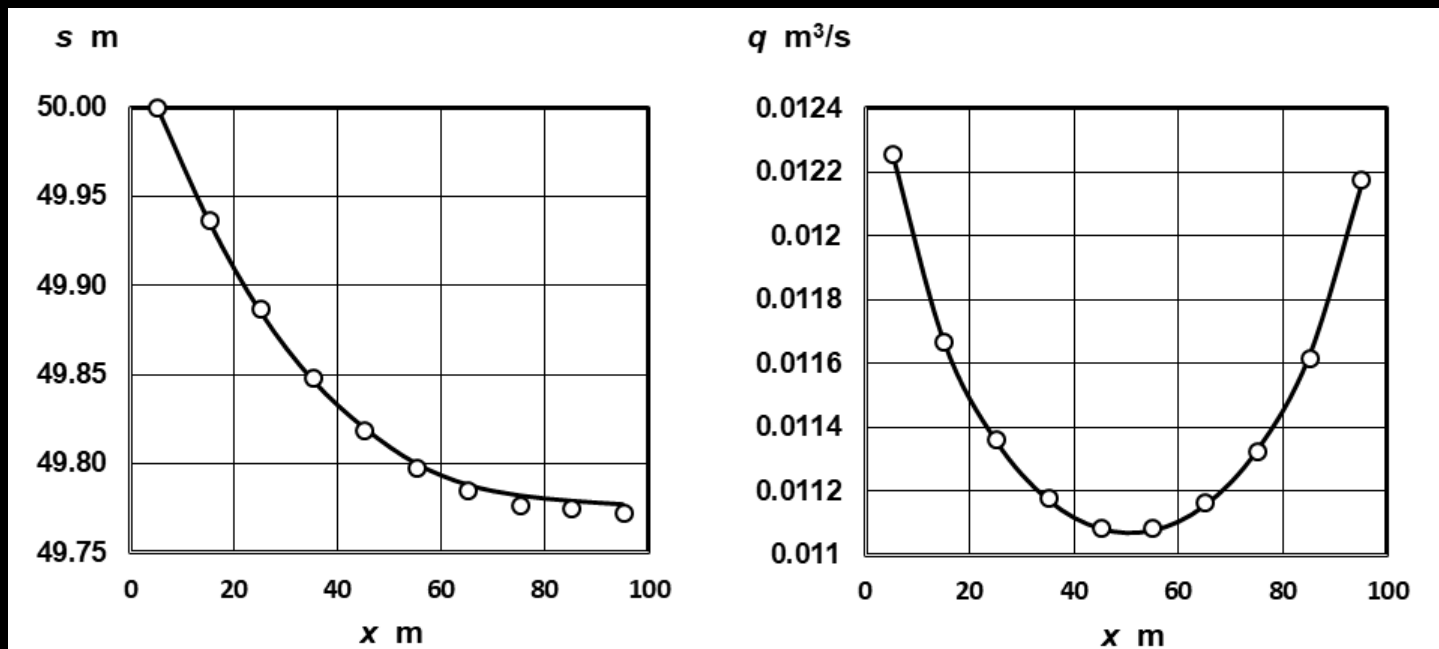
a szivattyúzott végpontban alkalmazott depresszió 50 m.

A permanens áramlást a vízadó réteg zérus depressziójú peremei biztosítják. A furathoz a dimenzió nélküli 13,2 értékkel jellemzett lamináris szkin zóna csatlakozik. A számítás a turbulens szkin/szűrő veszteség valamint a dinamikus nyomás hatását elhanyagolta.

Az összehasonlító CW szimuláció ugyancsak 1 km² területű, de kör alakú vízadó réteg és azonosan zérus peremi vízszint feltételezésével történt. A megoldáshoz szükség volt a CW kompatibilis lamináris szkin veszteség tényező meghatározására. A vízszint és fajlagos hozam adatok illesztésére épülő manuális kalibráció szerint $\alpha = 20800$ s/m.

Megadott depresszióval üzemelő vízszintes kút modellezése (Blumenthal 2014)

A következő két grafikon a 10 szakaszra osztott kútban számított vízszinteket és beáramlást ábrázolja. A CW szimuláció görbével megjelenített eredménye jól illeszkedik a Blumenthal által számított, körrel jelzett adatokhoz. A jobboldali grafikonon a beáramlási függvény alig tér el a súrlódásmentes áramlásra jellemző szimmetrikus alaktól. Ennek az a magyarázata, hogy alacsony az érdességi paraméter, továbbá a dinamikus vízszint hatását ez az elemzés elhanyagolta. A CW szimulációval meghatározott teljes kúthozam $0,115 \text{ m}^3/\text{s}$.



Megadott depresszióval üzemelő vízszintes kút modellezése (Blumenthal 2014)

Blumenthal a szakdolgozatának 36. és 37. ábráin az általa kapott eredményt a numerikus MODFLOW-CFP szoftverrel számított adatokkal is összehasonlította. Három számjegyre történő egyezést talált a vízszintekben, a beáramlási adatok két számjegyes egyezést mutattak.

A dolgozat 66. oldalán az idézett Szerző ugyanakkor megjegyzi, hogy a vizsgált példában a csősúrlódás számbavétele a fenti numerikus szoftverrel csak akkor vezet konvergens megoldáshoz, ha a szűrőcső belső áramlási terét a vízadó rétegtől jelentős vastagságú szkin zóna, tehát nagy hidraulikai ellenállás választja el. A kalibrált CW kompatibilis α paraméter magas értéke is ennek a korlátozó feltételnek következménye.

A három eltérő módszerrel végzett számítások eredményei között csak kismértékű eltérés mutatkozik, ami megerősíti a felhasznált módszerek alkalmasságát és az eredmények megbízhatóságát.

Meder alatti vízszintes kút szivattyúzásának modellezése (Cyr 2007)

A jelzett témakörben elsőként Tarshish (1992) közölt modellvizsgálati eredményt. A litván szerző a jelen prezentáció Nemlineáris folyamatok modellezése c. korábbi fejezetében ismertetett mindhárom hatást, a turbulens szűrőveszteséget, a csősúrlódást valamint a dinamikus vízszintet is figyelembe vette. Elemzésében rögzített és kiemelkedően magas $f = 0,1$ súrlódási faktort alkalmazott, amely megfelel a zárt csövekre kidolgozott Moody diagramban (Munson et al. 2009 Figure 8.20) található felső értékhatárnak. Az idézett Szerző úttörő munkájában az akkor érvényben levő szovjet szabvány szerint, két paraméter alapján számította a turbulens szűrőveszteségi tényezőt.

Cyr (2007) szakdolgozatában hidraulikai elemzésre a fizikailag megalapozottabb hipotézist, az ε érdességtől, a D átmérőtől és a Reynolds számtól függő f súrlódási faktort használta. Ennek érdekében több lépcsőben továbbfejlesztette a numerikus HydroGeoSphere szoftvert. Végeredményét Szerző a Modified HGS-2 verzió alkalmazásával érte el.

Meder alatti vízszintes kút szivattyúzásának modellezése (Cyr 2007)

A modell paramétereit:

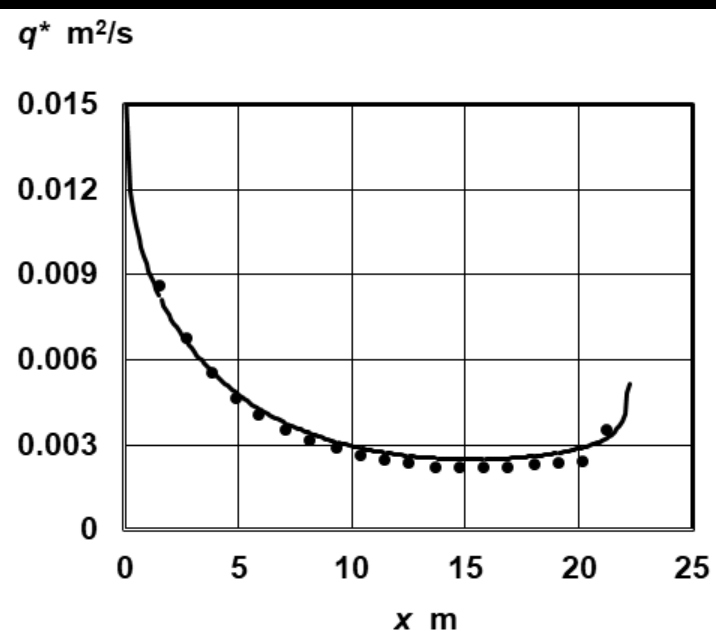
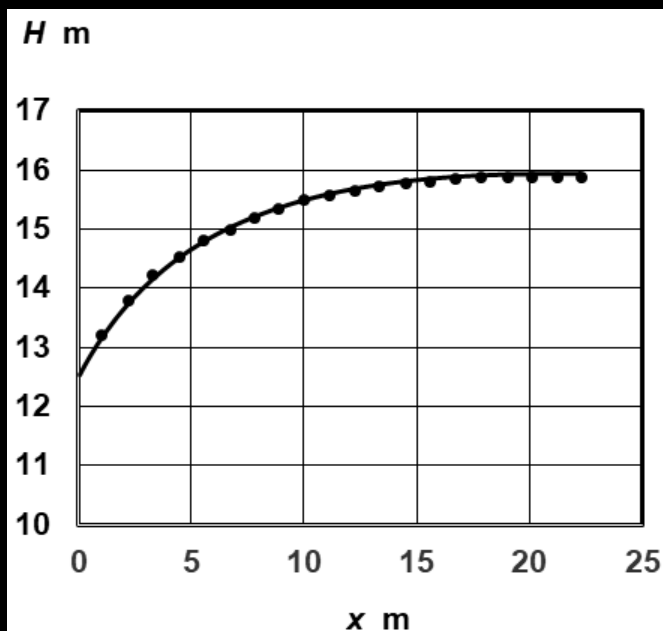
rétegvastagság és a rögzített felső peremi vízszint 17 m,
a furat mélysége 15 m, átmérője 0,15 m, hossza 22,3 m,
izotróp szivárgási tényező 0,002662 m/s,
a szűrőcső ε érdessége 0,01 m,
a szivattyúzott hozam 0,0903 m³/s.

A ν kinematikai viszkozitásról valamint a szűrőveszteségi tényező Modified HGS-2 kompatibilis megfelelőjéről Cyr nem nyújt információt. Független módszer alkalmazásával eredményét Szerző nem erősítette meg.

Az idézett Szerző megállapította, hogy a rögzített $f = 0,1$ súrlódási faktoral valamint a becsült $\varepsilon = 0,01$ m érdességi paraméter, a D átmérő és a Reynolds szám szerint változó f faktor alapján számított eredmények hasonlóak. A számítások eredményei a Tarshish megoldással egyező trendet követtek, de az értékek eltértek azoktól. Ezt a megállapítást a CWD (Székely 2021a) és CW szoftverekkel végzett összehasonlító elemzés eredményei is megerősítették.

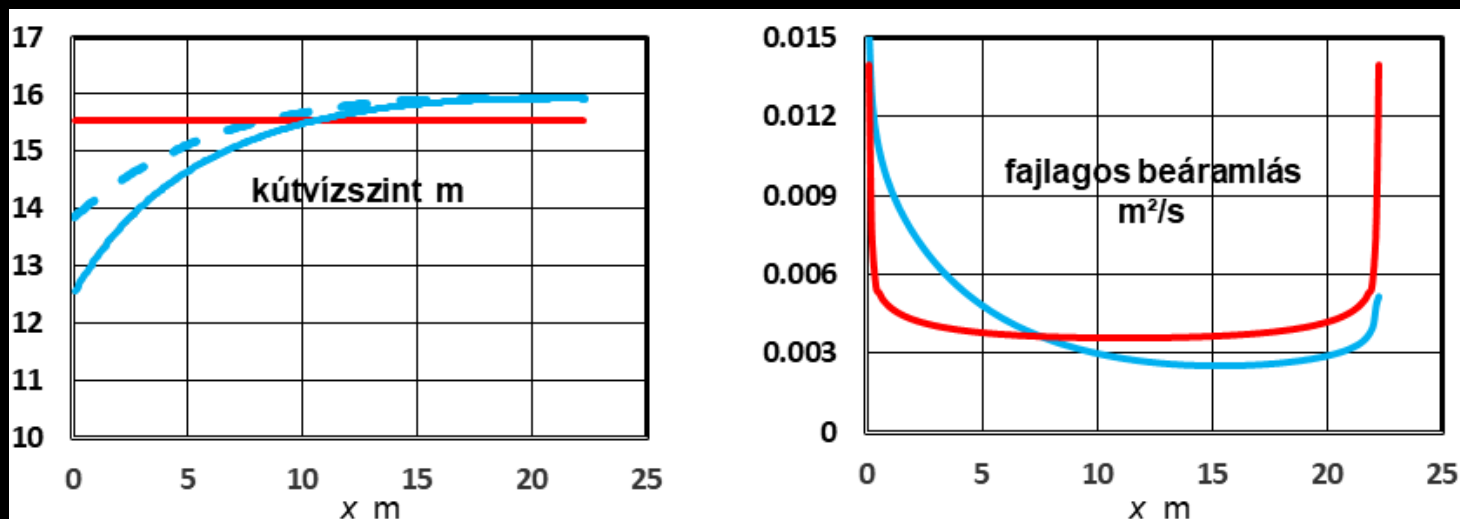
Meder alatti vízszintes kút szivattyúzásának modellezése (Cyr 2007)

A CW szoftver alkalmazása igényli a nem közölt ν kinematikai viszkozitás valamint a Modified HGS-2 modellel egyenértékű β turbulens szűrőveszteségi tényező ismeretét. A CW modellezés a vízre jellemző $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ értékkel történt, amely az előző két teszt paraméterei által képzett $(0,893-1,02) \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ közötti szűk tartományba esik. Az alábbi két diagram (Székely 2021) szerint a manuálisan kalibrált $\beta = 4000 \text{ s}^2/\text{m}^3$ paraméter mellett a CW (folytonos görbe) és a Modified HGS-2 megoldások (pontok) jól egyeznek. A szűrőcsőben számított összegzett teljes (statikus + dinamikus) H vízszintváltozási és q^* fajlagos beáramlási adatok csupán kismértékű eltérése egyúttal verifikálja is a két megoldást.



Meder alatti vízszintes kút szivattyúzásának modellezése (Cyr 2007)

A nemlineáris folyamatok hatásának a bemutatására az alábbi ábrákon az előző eredményeket (kék görbék) összehasonlítottam a fenti folyamatoktól mentes, lineáris modell CW szoftverrel nyert adataival (piros vonalak). A lineáris modellben a szűrő teljes hossza mentén azonosan 15,55 m a statikus vízszint és szimmetrikus a fajlagos beáramlás.



Nemlineáris szimuláció esetében a statikus (szaggatott görbe) valamint az összegzett statikus + dinamikus kútvízszintek (folytonos görbe) a szivattyú irányában csökkennek. Az $x = 0$ kiáramlási szelvényben a 4,46 m teljes depresszió belül a dinamikus vízszintmagasság 1,33 m, a nem ábrázolt turbulens szűrőveszteség 0,95 m. Az erősen aszimmetrikussá vált fajlagos beáramlási görbén a magasabb értékek a kiáramlási szelvény közelében alakultak ki, a súrlódás és a dinamikus vízszint hatására a beáramlás súlypontja eltolódott a szivattyú irányába.

Összefoglalás, javaslatok

1) Az összehasonlító példákban szereplő ε érdességi paraméter a $4,5 \cdot 10^{-5}$ m és 0,01 m közötti értékekkel, két nagyságrendet meghaladó tartományban tesztelte a vizsgált módszerek stabilitását. Ugyancsak széles, 22,3 m és 500 m közötti tartományban változtak a vízszintes beáramlási szakaszok hosszai.

2) A turbulens szűrőellenállás és a szkin hatás meghatározásakor a vizsgált fél-analitikus és numerikus megoldások a Szerzőik által nem közölt vagy a CW szoftvertől eltérő definíciókat és mértékegységeket alkalmaznak. A Blumenthal és Cyr tesztek esetében a releváns CW kompatibilis α és β értékek meghatározása manuális kalibrációval történt.

3) A Morozov által publikált, valamint a Cyr tesztre vonatkozó saját összehasonlító elemzések tanúsítják, hogy adott hozammal történő szivattyúzás esetében a csősúrlódás valamint a dinamikus nyomás/vízszint hatására a lineáris modellhez viszonyítva (i) megnő a kútdepresszió, (ii) a beáramlás a szivattyúzott szelvény közelében növekszik, a másik végpont környezetében pedig csökken.

4) A modellezők számára javasolható, hogy az ismertett nemlineáris folyamatok kezelésére használt számítási módszereik, eszközeik alkalmazását dokumentálják. Erre a célra a bemutatott 3 példa szerinti tesztelés is megfelelő lehet.

5) Az összehasonlító tesztek eredményei alapján ajánlatos, hogy az alkalmazók eredményeiket legalább egy további, független módszerrel végzett validációs eljárással erősítsék meg. Ezt a javasolható gyakorlatot példázza a Blumenthal által végzett kettős, fél-analitikus és numerikus modellvizsgálat.

Hivatkozások

- BLUMENTHAL, B.J. 2014. Kinetic and friction head loss impacts on horizontal water supply aquifer storage and recovery wells. MS Thesis, Department of Geology and Geophysics, College of Geosciences, Texas A&M University, College Station, Texas, 298 p.
- CYR, M.D. 2007. An aquifer-well coupled model. A refined implementation of wellbore boundary conditions in three-dimensional, heterogeneous formations. MS thesis, Queen's University Kingston, Ontario, Canada, 75 p.
- GENIĆ, S., ARANDJELOVIĆ, I., KOLENDIĆ, P., JARIĆ, M., BUDIMIR, N., GENIĆ, V. 2011. A review of explicit approximations of Colebrook's equation. FME Transactions, 39(2), pp. 67–71.
- HAALAND, S.E. 1983. Simple and explicit formulas for the friction factor in turbulent Flow. Transactions ASIVIE, Journal of Fluids Engineering, 105(1), pp. 89–90.
- MOROZOV, P.E. 2018. Steady fluid flow to a radial system of horizontal wells. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 59(2), 8 p.
- MUNSON, B.R., YOUNG, D.F., OKIISHI, T.H., HUEBSCH, W.W. 2009. Fundamentals of fluid mechanics. Sixth Edition. John Wiley & Sons, Inc. 725 p.
- SZÉKELY, F. 2010. Csápos kút permanens áramlástani folyamatainak modellezése. Előadás a XVII. FAVA Konferencián.
- SZÉKELY, F. 2021. Integrated well flow modeling, 2nd edition. LAMBERT Academic Publishing, 136 p. ISBN: 978-620-0-28953-7; 6200289530, EAN: 9786200289537.
- SZÉKELY, F. 2021a. Manual of the well flow modeling software package WELLSD v. 1.3. Manuscript, Budapest, 35 p.
- TARSHISH, M. 1992. Combined mathematical model of flow in an aquifer-horizontal well system. Groundwater, 30(6), pp. 931–935.